INSTITUT SAINT JEAN

Tél : (+237) 657 07 98 07
(+ 237) 651 36 96 96
B.P : 749 Yaoundé, Cameroun
Email : info@institutsaintjean.org

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE D et TI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 heures

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires sur une page.

Exercice 1 : 4,00 points

1) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = 0$. **1,00pt**
2) Calculer chacune des intégrales suivantes : $\int_0^2 \frac{e^x}{1+e^x}dx$ et $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x}dx$. **2,00pts**
3) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 - 4iz - 5 = 0$. **1,00pt**

Exercice 2 : 5,00 points

Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\ \vec{u};\ \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-2+2i$; $-3-6i$ et 1. S est la transformation plane d'écriture complexe $z' = 2iz + 2 + 6i$ et F est la similitude directe de centre C qui transforme A en B.
1) Placer les points A, B et C. Donner en justifiant la nature du triangle ABC. **2,00pts**
2) Donner le rapport et l'angle de la similitude directe F. **1,00pt**
3) Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation S. **1,00pt**
4) Donner l'expression analytique de S. **1,00pt**

Problème : 11,00 points

On considère les fonctions f et g définies sur $]0;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$ et $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$.
On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O;\ \vec{i};\ \vec{j})$. On prendra comme unité sur les axes : 2 cm en abscisses et 4 cm en ordonnées.

1) Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau des variations. **2,00pts**
2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α. Donner un encadrement de α d'amplitude $0,1$. **1,50pt**
3) Montrer que $g(x) < 0$ si et seulement si $x > \alpha$. **1,00pt**
4) Déterminer les limites de f en en 0^+ et en plus l'infini. **1,00pt**
5) Montrer que pour tout x de $]0;\ +\infty[$, $f'(x) = \frac{2(2x+1)g(x)}{(x^2+x)^2}$. **1,50pt**
6) Dresser le tableau des variations de la fonction f. **1,00pt**
7) Montrer que $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$. **1,00pt**
8) Donner les différentes branches infinies de la courbe (C). **1,00pt**
9) Tracer la courbe (C) de de la fonction f dans le repère $(O;\ \vec{i};\ \vec{j})$. **1,00pt**