INSTITUT SAINT JEAN

Tél : (+237) 657 07 98 07
(+ 237) 651 36 96 96
B.P : 749 Yaoundé, Cameroun
Email : info@institutsaintjean.org

CONCOURSD'ADMISSION
SERIE D et TI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 heures

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires.

Exercice 1 : 7 points

Une partie d'un jeu consiste à lâcher une bille dans un appareil qui comporte six sorties numérotées de 1 à 6. On considère la variable aléatoire X égale au numéro de la porte de sortie franchie par la bille. On rappelle que $\mathrm{P}(\mathrm{X}=\mathrm{k})=\mathrm{P}(\mathrm{X}=7-\mathrm{k})$, pour tout entier k de 1 à 6 et que $\mathrm{P}(\mathrm{X}=1)=2\mathrm{P}(\mathrm{X}=3)=4\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)$.

1) Montrer que $\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)=\frac{1}{14}$. **1pt**
2) Donner la loi de probabilité de X. **2pts**
3) Calculer l'écart type de X. **2pts**
4) On considère un nouveau jeu dont la règle du jeu est la suivante : un joueur mise 500 F, il reçoit 2000 F si la bille franchie les portes 1 ou 6, 1500 F si elle franchit les portes 2 ou 5. Les portes 3 et 4 ne rapportent rien. Soit Y la variable aléatoire égale au gain algébrique d'un joueur à l'issue d'une partie.

a) Donner l'univers image de Y. **1pt**
b) Donner la loi de probabilité de Y. **1pt**
c) Ce jeu est-il équitable ? Justifier. **1pt**

Exercice 2 : 4 points

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $\mathrm{z}^2-(4-5\mathrm{i})\mathrm{z}-10\mathrm{i}=0$. **2pts**
2) On considère sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E): $y'+y=x-1$.

a) Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $\mathrm{g}(\mathrm{x})=\mathrm{ax}+\mathrm{b}$ soit une solution de (E) sur $\mathbb{R}$. **1pt**

b) Résoudre alors l'équation différentielle (E) sur $\mathbb{R}$. **1pt**

Problème : 9 points

On considère la fonction numérique d'une variable réelle f définie par $\mathrm{f}(\mathrm{x})=\ln\left(\mathrm{x}+\sqrt{1+\mathrm{x}^2}\right)$.

1) Montrer que pour tout réel $\mathrm{x}, \mathrm{x}+\sqrt{1+\mathrm{x}^2}>0$. **1pt**
2) En déduire l'ensemble de définition de f. **0,5pt**
3) Calculer la limite de f en plus l'infini. **1pt**
4) Montrer que pour tout réel x, $\sqrt{1+x^2}-x=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}$, puis en déduire que la fonction f est une fonction impaire. **2pts**
5) En déduire la limite de f en moins l'infini. **0,5pt**
6) Montrer que pour tout réel x, $\mathrm{f}'(\mathrm{x})=\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{x}^2}}$, puis donner le sens de variation de f et dresser son tableau des variations de f. **2pts**
7) Calculer alors l'intégrale $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{x}^2}}\,\mathrm{dx}$. **1pt**
8) En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $\int_0^2 \mathrm{f}(\mathrm{x})\,\mathrm{dx}$. **1pt**