INSTITUT SAINT JEAN

Tél : (+237) 657 07 98 07
(+ 237) 651 36 96 96
B.P : 749 Yaoundé, Cameroun
Email : info@institutsaintjean.org

CONCOURSD'ADMISSION
SERIE C

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 heures

L'épreuve comporte trois exercices obligatoires.

Exercice 1 : 7 points

Une partie d'un jeu consiste à lâcher une bille dans un appareil qui comporte six sorties numérotées de 1 à 6. On considère la variable aléatoire X égale au numéro de la porte de sortie franchie par la bille. On rappelle que $\mathrm{P}(\mathrm{X}=\mathrm{k})=\mathrm{P}(\mathrm{X}=7-\mathrm{k})$, pour tout entier k de 1 à 6 et que

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=1)=2\mathrm{P}(\mathrm{X}=3)=4\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)$.

1) Montrer que $\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)=\frac{1}{14}$. **1pt**
2) Donner la loi de probabilité de X. **2pts**
3) Calculer l'écart type de X. **2pts**
4) On considère un nouveau jeu dont la règle du jeu est la suivante : un joueur mise 500 F, il reçoit 2000 F si la bille franchie les portes 1 ou 6, 1500 F si elle franchit les portes 2 ou 5. Les portes 3 et 4 ne rapportent rien. Soit Y la variable aléatoire égale au gain algébrique d'un joueur à l'issue d'une partie.

a) Donner l'univers image de Y. **1pt**
b) Donner la loi de probabilité de Y. **1pt**
c) Ce jeu est-il équitable ? Justifier. **1pt**

Exercice 2 : 6 points

1) Calculer chacune des intégrales suivantes : $\mathrm{I}=\int_0^2 \ln^2 \mathrm{x}\mathrm{dx}$; $\mathrm{J}=\int_0^\pi \mathrm{e}^\mathrm{x}\sin\mathrm{x}\mathrm{dx}$ et

K= $\int_0^1 2^{-3\mathrm{x}}3^{2\mathrm{x}}\mathrm{dx}$. **3pts**

2) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y'+y=x-e^x$. **1,5pt**

3) Étudier les branches infinies de la courbe de la fonction f définie par $\mathrm{f}(\mathrm{x})=\ln\left(\mathrm{x}+\sqrt{1+\mathrm{x}^2}\right)$. **1,5pt**

Exercice 3 : 7 points

On considère dans un plan muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ l'ensemble $(\sum)$ des points M(x ; y) tels que $16(\mathrm{x}^2+4\mathrm{x})^2-\mathrm{y}^4=0$.

1) Montrer que $(\sum)$ est la réunion d'une ellipse (E) et d'une hyperbole (H). **1,5pt**
2) Déterminer le centre, l'axe focal, l'excentricité, les foyers et les sommets de (E). **1,5pt**
3) Déterminer le centre, l'axe focal, l'excentricité, les foyers et les sommets de (H). **1,5pt**
4) Déterminer l'intersection des (E) et (H). **1pt**
5) Construire (E) et (H). **1,5pt**