CYCLE INGENIEUR LOCAL

CONCOURS D'ADMISSION SERIE C

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 HEURES

EXERCICE 1 : 3 points

Une variable aléatoire X prend les valeurs 1, -2 et 3 avec les probabilités respectives $ln\alpha, ln\beta\ et\ ln\gamma$ où $\alpha,\ \beta\ \ et\ \ \gamma$ sont dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite géométrique. On suppose l'espérance mathématique E(X)=1

a) Déterminer les valeurs de $\alpha, \beta\ et\ \gamma$ **(1.5pt)**
b) Déterminer la raison d'une telle suite géométrique **(0,75pt)**
c) Calculer l'écart type de cette variable aléatoire **(0,75pt)**

EXERCICE 2 :4 points

Les deux questions sont indépendantes.

1)ABC est un triangle rectangle isocèle tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$. On note r_B la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$, r_C la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Montrer que s = r_C o t o r_B est une symétrie centrale et déterminer son centre. **2 pts**

2)EFG est un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}) = \frac{\pi}{3}$. On note r_1 la rotation de centre E et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et r_2 la rotation de centre F et d'angle $\frac{-2\pi}{3}$.

Démontrer que r = $r_2 o r_1$ est une rotation dont on déterminera le centre et l'angle. **2 pts**

PROBLEME : 13 points

NB : *le problème comporte deux parties strictement indépendantes*

Partie A :

(O, $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) est un repère orthonormé du plan. On considère un cercle © de centre le point A de coordonnées (1,1) et de rayon $\sqrt{2}$ dans le repère (O, $\vec{\imath},\vec{\jmath}$). On considère les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ tels que : $\vec{u}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{\imath}-\vec{\jmath})$ et $\vec{v}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{\imath}+\vec{\jmath})$

1) Montrer que le repère (O ;$\vec{u},\vec{v}$) est orthonormal **(1pt)**
2) Trouver une équation cartésienne de © dans le repère (O ;$\vec{u},\vec{v}$) **(1pt)**
3) On donne f une application affine du plan dans le plan qui à tout point M de coordonnées (X,Y) dans le repère (O ;$\vec{u},\vec{v}$) associe le point M' de coordonnées (X',Y') tels que :

$$\begin{cases} X'=-3X \\ Y'=Y \end{cases}$$

   a) Montrer que f est une affinité dont on précisera le rapport et l'axe **(1pt)**
   b) Démontrer que l'image (C') de © par f dans le repère (O ;$\vec{u},\vec{v}$) a pour équation cartésienne : $X^2+9Y^2-18\sqrt{2}Y=0$ **(1pt)**
   c) Donner la nature et les éléments caractéristiques de (C') (on donnera de façon particulière l'excentricité et les sommets) **(1.5pt)**

Partie B :

On donne la fonction f définie sur IR par : $f(x)=x+2-\ln(1+e^x)$ et (C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) où l'unité graphique est le centimètre

1) Calculer la limite de f en $-\infty$ **(0,5pt)**
2) Montrer que $f(x)=2-\ln(1+e^{-x})$, calculer la limite de f en $+\infty$, puis donner une interprétation géométrique de ce résultat **(1.5pt)**
3) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x+2$ est asymptote à la courbe de f puis étudier la position de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D) **(1pt)**
4) Etudier la variation de f et dresser le tableau de variation de f **(1pt)**
5) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α **(0,5pt)**
   b) Calculer la valeur exacte de α puis préciser une valeur approchée à 10^{-2} prés par défaut **(1pt)**
   c) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse α **(0,5pt)**
6) Construire la courbe (C_f) et la tangente (T) **(1.5pt)**

Fin de l'épreuve