PrépaVogt - Institut Saint Jean
Site web : www.prepavogt.org; Email : isjcameroun@gmail.com
Tel : 651 45 96 16 / 655 62 16 60

CYCLE INGENIEUR

CONCOURS D'ADMISSION — **EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

SERIE D, E, F, CI, GCEA/L, TI — **DUREE : 2 HEURES**

Exercice 1 : 4 points

Un dé cubique pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 est tel que la chance d'apparition d'une face numéro k est inversement proportionnelle à k. On lance une fois ce dé en observant le numéro de sa face supérieure.

1- Quelle est la probabilité de chaque face ? **2 pts**

2- Calculer la probabilité d'obtenir un multiple de 3. **1 pt**

3- Déterminer la probabilité d'avoir un diviseur de 3. **1 pt**

EXERCICE 2 (05 points)

1. calculer $(2+i)^3$; puis En déduire les racines cubiques de $2+11i$ **(2pts)**
2. Résoudre dans l'ensemble C l'équation (E) : $z^2-6z+13=0$. **(1pt)**
3. En déduire de (E) les solutions de l'équation : $\left(\frac{z-3i}{z+2i}\right)^2 - 6\left(\frac{z-3i}{z+2i}\right)+13=0$ **(2pts)**

Problème : 11 points

Les deux parties de ce problème sont indépendantes.

Soit n un entier naturel. La fonction f_n est définie pour tout réel x par $f_n(x)=\dfrac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}$. C_n est la courbe de f_n dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\ \vec{j})$.

Partie A : 7,5 points

1-Démontrer que toutes les courbes C_n ont en commun un point A dont on précisera les coordonnées. **0,5 pt**

2-a)Etudier le sens de variations de f_o. **1 pt**

b)Calculer les limites de f_o en $-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement chaque résultat. **1 pt**

c)Dresser le tableau de variation de f_o. **0,5 pt**

3-Démontrer que $f_o(x) = f_1(-x)$ pour tout réel x. **0,5 pt**

4-En déduire : a) Une interprétation géométrique pour C_o et C_1. **0,5 pt**

b) Les limites de f_1 en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5 pt**

c) Le sens de variations de f_1. **0,5pt**

5-a)Vérifier pour tout réel x que $f_n(x)=\dfrac{1}{e^{nx}+e^{(n-1)x}}$. **0,5 pt**

b) Etudier les limites de f_n en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5 pt**

c) Calculer la dérivée f_n' (x) et dresser le tableau de variations de f_n. **1,5 pt**

<u>Partie B</u> : 3,5 points

La suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par $Un=\int_0^1 f_n(x)\,dx.$

1- Calculer U_1. **0,5 pt**

2- Montrer que $U_o + U_1 = 1$ et en déduire U_o. **1 pt**

3-a)Pour tout entier naturel n, démontrer que : $0 \le Un \le \int_0^1 e^{-nx}\,dx.$ **1pt**

b) Calculer $\int_0^1 e^{-nx}\,dx.$ **0,5 pt**

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente. **0,5 pt**

Fin de l'épreuve