PrépaVogt - Institut Saint Jean
Site web : www.prepavogt.org; Email : isjcameroun@gmail.com
Tel : 651 45 96 16 / 655 62 16 60

CYCLE INGENIEUR

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE C

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 HEURES

Exercice 1 : 4,5 points

La fréquence observée des appels téléphoniques destinés à une entreprise est de 20%. On lance au hasard quatre appels téléphoniques indépendants.

1-Déterminer la probabilité pour que trois de ces appels soient destinés à cette entreprise. **1 pt**

2-On note X le nombre d'appels destinés à cette entreprise à l'issue de ces quatre appels ;

a) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X. **1pt**

b) Tracer la fonction de répartition F de X. **2,5 pts**

EXERCICE 2 (04 points)

1. Déterminer les paires d'entiers naturels (a, b) tels que : **(2pts)**

$$PGCD(a,b) + PPCM(a,b) = 111$$

2. (O ;$\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}$) est un repère orthonormé de l'espace. On donne trois points A, B et C dont les coordonnées respectives sont : $(3,1,2)$, $(2,0,1)$ et $(5,-2,-6)$

a) Vérifier que les points A, B et C déterminent un plan **(0,5pt)**

b) Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC) **(0.5pt)**

c) Calculer le volume du tétraèdre OABC

d) Déterminer l'expression analytique de la réflexion de plan (ABC) **(1pt)**

Problème : 11.5 points

Partie A :

L'espace est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$). On considère les points A(−2, 0, 1), B(1, 2, −1) et C(−2, 2, 2).

1- a) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, puis les longueurs AB et AC. **0,75pt**

b) En déduire une valeur approchée arrondie au degré près de l'angle$\widehat{BAC}$. **0,25pt**

c) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés. **0,25pt**

2) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x - y + 2z + 2 = 0$. **0,5pt**

3. Soient (P_1) et (P_2) les plans d'équations respectives $x + y - 3z + 3 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$. Montrer que les plans (P_1) et (P_2) sont sécants selon une droite (D) dont un système d'équations paramétriques est $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t, \ t \in \mathbb{R}. \\ z = t \end{cases}$ **0,75pt**

4) Démontrer que la droite (D) et le plan (ABC) sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection. **0,75pt**

5. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1, -3, 1)$ et de rayon $r = 3$.

a) Donner une équation cartésienne de la sphère (S). **0,25pt**

b) Étudier l'intersection de la sphère (S) et de la droite (D). **0,5pt**

Partie B

La fonction f est définie dans R par $f(x) = \dfrac{1}{x\ln|x|}$. (C) est sa courbe dans un repère orthonormé ayant 2 cm pour unité graphique.

1-a)Montrer que f est impaire. **0,25 pt**

b) Etudier les variations de f. **1,5 pt**

c)Tracer (C). **0,75 pt**

2-a)Déterminer graphiquement le nombre de points d'intersection de (C) avec chacune des droites (Δ) : $y = x$ et (Δ') : $y = -x$. **0,5 pt**

b) Soit un réel $m > 1$. Calculer en cm^2 l'aire $S(m)$ du domaine limité par (C) et les droites d'équation $y = 0$, $x = m$ et $x = e$. **1 pt**

c)Déterminer la limite de $S(m)$ en 1 et en $+\infty$. **0,5 pt**

III-La fonction g est définie dans l'ensemble des nombres complexes par $g(z) = \dfrac{1}{z\ln|z|}$.

1-Déterminer l'ensemble de définition de g. **0,5 pt**

2-Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On pose $|z| = r$ et arg $z = \alpha$.

Montrer que $g(z) = z' = f(r)\, \bar{e}^{i\alpha}$. **0,5 pt**

3-Soit Ψ l'application du plan dans lui-même qui, à tout point M(z) associe le point M' (z').

Déterminer : a) Les points invariants par Ψ. **0,75 pt**

b) Les points M tels que O, M et M' sont alignés. **0,75 pt**

c)L'image par Ψ du cercle de centre O et de rayon r avec : $r > 0$ et $r \# 1$. **0,5 pt**

Fin de l'épreuve