

# CYCLE INGENIEUR LOCAL

CONCOURS D'ADMISSION  
SERIE C, D, E, F, GCE/AL, TI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES  
DUREE : 2 HEURES

## EXERCICE 1 (06 POINTS)

Dans le plan complexe muni du repère orthonormal  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  direct, on donne les points A, B, C, D et H d'affixes respectives  $z_A = -1 - i$ ,  $z_B = -4 - 2i$ ,  $z_C = -3 - 5i$ ,  $z_D = -2 + \sqrt{5} - 3i$  et  $z_H = -2 - 3i$ .

- 1) Construire les points A, B, C, D et H dans ce plan. **1,25pt**
- 2) a) Calculer les distances HA, HB, HC et HD, puis en déduire que les points A, B, C et D sont sur un cercle de même centre et de même rayon qu'on précisera et construire ce cercle (C). **1,75pt**
- 2) b) Montrer sans faire les calculs que :  $Mes(\widehat{CA}, \widehat{CB}) = Mes(\widehat{DA}, \widehat{DB})$ . **0,75pt**
- 3) On considère une similitude directe de centre H, de rapport  $\sqrt{2}$  et d'angle  $\frac{3\pi}{4}$ .
  - 3) a) Donner l'expression complexe de la similitude S. **1,00pt**
  - 3) b) Donner les caractéristiques de (C') image de (C) par la similitude S. **0,50pt**
  - 3) c) Construire (C') dans le même repère que précédemment. Comment sont les deux cercles ? **0,75pt**

## **EXERCICE 2 (06 POINTS)**

1) A l'aide d'une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes : **2,00pt**

$$A = \int_1^2 x^2 \ln x dx \text{ et } B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x + 1) \sin x dx$$

2) On lance simultanément deux dés de six faces, non pipés et numérotés de 1 à 6. A chaque lancée, on relève les numéros des faces supérieures  $a$  et  $b$ . On considère  $X$  la variable aléatoire qui à chaque somme  $a + b$  associe un gain ou une perte comme l'indique le tableau ci-dessous :

Condition sur $a + b$	$a + b \leq 6$	$6 < a + b \leq 8$	$8 < a + b \leq 10$	$a + b > 10$
Gain ou perte	-100 F	0 F	100 F	200 F

2) a) Pour chaque condition sur la somme  $a + b$  du tableau ci-dessus, déterminer le nombre de couples  $(a, b)$  (On s'appuiera sur un tableau). **1,00pt**

2) b) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ . **1,50pt**

2) c) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de  $X$ . **1,50pt**

## **EXERCICE 3 (08 POINTS)**

1) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x - 1)e^{-x} + x$  et  $(C_f)$  est la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a) Calculer la dérivée première et la dérivée seconde de  $f$ . **1,00pt**

1) b) Calculer les limites de  $f'$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ . **0,50pt**

1) c) Etudier la variation de  $f'$  et dresser son tableau de variation. **1,00pt**

1) d) Déterminer le signe de  $f'(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ . **0,50pt**

2) Etude de la variation de  $f$  et représentation graphique de  $(C_f)$ .

2) a) Calculer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ . **0,50pt**

2) b) Dresser le tableau de variation de  $f$ . **0,50pt**

2) c) Démontrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x$  est asymptote à la courbe de  $f$  au voisinage de  $+\infty$ . **1,00pt**

2) d) Préciser la position relative de la courbe de  $f$  par rapport la droite  $(D)$ . **0,50pt**

2) e) Calculer la limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right)$  et donner une interprétation géométrique. **1,00pt**

2) f) La courbe de  $f$  admet un point d'inflexion ; préciser ce point. **0,50pt**

2) g) Construire la courbe de  $f$  et la droite  $(D)$  dans ce plan. **1,00pt**

Fin de l'épreuve