INSTITUT SAINT JEAN

Tél : (+237) 657 07 98 07
(+ 237) 651 36 96 96
B.P : 749 Yaoundé, Cameroun
Email : info@institutsaintjean.org
www.institutsaintjean.org

CONCOURSD'ADMISSION
SERIE D, TI, GCE/AL

EPREUVE DE Mathématiques
Durée : 2 Heures

L'épreuve comporte deux exercices et un problème. Les pages sont numérotées de 1 à 2

Exercice 1 : 4 points

Trois billets numérotés 1, 2 et 3 sont répartis dans trois enveloppes opaques, un par enveloppe. Ces trois enveloppes sont réunies à cinq autres enveloppes vides, toutes ces enveloppes sont identiques. Ces huit enveloppes sont tirées les unes après les autres, au hasard et sans remise.

1) Quelle est la probabilité de l'évènement : « la première enveloppe tirée contient le billet n°1, la deuxième enveloppe tirée contient le billet n°2, la troisième enveloppe tirée contient le billet n°3 »? **1pt**

2) Quelle est la probabilité de l'évènement : « la première enveloppe tirée est vide » ? **1pt**

3) On désigne par X le rang de tirage de la première enveloppe vide. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. **2pts**

Exercice 2 : 5 points

A/ Calculer chacune des intégrales suivantes : $\int_0^{\ln 2} \frac{e^t}{1+e^t} dt$ et $\int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\frac{\pi^2}{9}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$. **2pts**

B/ Chacune des trois questions suivantes comporte quatre réponses, une seule des réponses est juste. Relever le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1) L'expression de $e^{(2-i\alpha)}$ est égale à : A) $e^{\alpha} + ie^{\alpha}$; B) $e^{\alpha}\cos\alpha - i\sin\alpha$; C) $e^{2\alpha}(\cos 2\alpha - i\sin 2\alpha)$; D) $e^{2\alpha}(\cos\alpha - i\sin\alpha)$. **1pt**

2) La forme algébrique de $\frac{4(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ est : A) $\sqrt{2} + i\sqrt{6}$; B) $\sqrt{6} + i\sqrt{2}$; C) $\sqrt{2} + \sqrt{6} + i(\sqrt{2} - \sqrt{6})$; D) $\sqrt{2} - \sqrt{6} + i(\sqrt{2} - \sqrt{6})$. **1pt**

3) Un joueur lance un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Il gagne 10 points si le dé marque 6. Il gagne 1 point si le dé marque 1 ou 4. Il ne gagne dans les autres cas. Soit Y la variable aléatoire qui à chaque lancer associe le gain du joueur. L'espérance mathématique de Y est égale à : A) 2 ; B) 7 ; C) -2 ; D) 13. **1pt**

Problème : **11 points**

On considère les fonctions f et g définies sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2x - 3 + \frac{\ln x}{x}$ et $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$. On désigne par (C) la courbe de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1) a) Calculer les limites de la fonction g en 0^+ et en $+\infty$. **1pt**
   b) Déterminer la dérivée g' de la fonction g, puis dresser le tableau des variations de g. **1,5pt**
   c) En déduire le signe de $g(x)$, suivant les valeurs de x. **0,5pt**
2) a) Calculer les limites de la fonction f en 0^+ et en $+\infty$. **1pt**
   b) En déduire que la courbe de la fonction f admet une asymptote parallèle à un axe de coordonnées que l'on déterminera. **0,5pt**
   c) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote à (C), puis donner la position relative de (C) et (D). **1pt**
3) a) Montrer que pour tout x de $]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. **1pt**
   b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser le tableau des variations de f. **1pt**
4) Écrire une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 1. **1pt**
5) Tracer (C) et (D). **1,5pt**
6) Calculer l'aire du domaine plan délimité par (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **1pt**