INSTITUT SAINT JEAN

Tél : (+237) 657 07 98 07
(+ 237) 651 36 96 96
B.P : 749 Yaoundé, Cameroun
Email : info@institutsaintjean.org
www.institutsaintjean.org

CONCOURSD'ADMISSION
SERIE D, TI, GCE/AL

EPREUVE DE Mathématiques
Durée : 2 Heures

L'épreuve comporte deux exercices et un problème. Les pages sont numérotées de 1 à 2

Exercice 1 : 6 points

Soit P le polynôme complexe défini par $\mathrm{P(z)} = \mathrm{z}^3 + (2-2\mathrm{i})\mathrm{z}^2 + (2-4\mathrm{i})\mathrm{z} - 4\mathrm{i}$.

1) Montrer que $2\mathrm{i}$ est une racine de P. **1pt**
2) Montrer que $\mathrm{P(z)} = (\mathrm{z}-2\mathrm{i})(z^2+2z+2)$. **1pt**
3) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $\mathrm{z}^3 + (2-2\mathrm{i})\mathrm{z}^2 + (2-4\mathrm{i})\mathrm{z} - 4\mathrm{i} = 0$. **1,5pt**
4) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = -1-\mathrm{i}$, $Z_B = 1-\mathrm{i}$ et $Z_C = -1+\mathrm{i}$.
a) Donner la forme algébrique de $\frac{\mathrm{Z_C}-\mathrm{Z_A}}{\mathrm{Z_B}-\mathrm{Z_A}}$, puis donner la nature exacte du triangle ABC. **1pt**
b) Déterminer alors l'affixe du centre du cercle circonscrit à ABC. **0,5pt**
5) Déterminer l'écriture complexe de la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. **1pt**

Exercice 2 : 5 points

Une urne contient 4 boules vertes, 3 boules rouges et 5 boules jaunes toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : « tirer deux boules vertes », B : « tirer au moins une boule verte », C : « tirer au plus une boule verte » et D : « tirer des boules de couleurs différentes ». **2pts**
2) Lorsqu'on tire une boule verte, on gagne 500 F ; lorsqu'on tire une boule rouge on perd 3 00 F et lorsqu'on tire une boule jaune, on ne perd rien et on ne gagne rien. On désigne par X la variable aléatoire désignant la somme algébrique des gains à l'issue d'un tirage simultané de deux boules de l'urne.
a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. **2pts**
b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X. **1pt**

Problème : **9 points**

On désigne par f et g les fonctions numériques de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 2)e^{x} + x$ et $g(x) = (x - 1)e^{x} + 1$ et (C) sa courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **1pt**

2) Calculer la dérivée de g et dresser le tableau des variations de g. **1pt**

3) En déduire le signe de g(x) sur IR. **0,5pt**

4) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **1pt**

5) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C) en $-\infty$. **1pt**

6) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis donner une interprétation graphique de ce résultat. **1pt**

7) Calculer la dérivée de f et en déduire le tableau des variations de f. **1pt**

8) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ une unique solution α telle que $1{,}68 < \alpha < 1{,}69$. **1pt**

9) Tracer soigneusement (C). **1,5pt**